

DER WÄRME- UND STOFFAUSTAUSCH IM ÜBERGANGSGEBIET LAMINAR/TURBULENT

EIN VERGLEICH VON RECHNUNG UND EXPERIMENT

U. RENZ und H. VOLLMERT

Lehrstuhl für Technische Thermodynamik, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule, 5100 Aachen, Germany

(Received 14 August 1974)

Zusammenfassung—Durch einen Vergleich mit experimentellen Werten soll gezeigt werden, daß Turbulenzmodelle, bei denen die turbulenten Austauschgrößen aus der Lösung von zusätzlichen Transportgleichungen bestimmt werden, in der Lage sind, den Wärme- und Stoffaustausch im Umschlaggebiet laminar/turbulent vorauszusagen. Dabei wird insbesondere der Einfluß des Stoffaustauschs zwischen einer Dampf/Gas-Grenzschicht und einem Flüssigkeitsfilm auf den Umschlagpunkt einer ebenen Strömung untersucht. Die Abweichungen zwischen den errechneten und den gemessenen Wärme- und Stoffübergangszahlen im Umschlaggebiet sind von der gleichen Größenordnung wie im laminaren und im vollturbulenten Bereich.

FORMELZEICHEN

B ,	$= \dot{m}'' / \rho_\infty u_\infty St_D$, Dimensionslose Massenstromdichte;	Re_L ,	$\equiv \frac{\rho_\infty u_\infty L}{\mu_\infty}$, Reynoldszahl, bezogen auf die Plattenlänge;
c_p	Spez. Wärme bei konstantem Druck [$Jkg^{-1}K^{-1}$];	Sc ,	$\equiv \frac{\mu}{\rho D_{12}}$, Schmidt-Zahl;
$\overline{c_{p,0}}$	Spez. Wärme, gemittelt zwischen Oberflächen- und Freistromtemperatur bei der Zusammensetzung des Freistroms [$Jkg^{-1}K^{-1}$];	Sc_{eff} ,	$\equiv \mu_{eff} \left(\frac{\mu}{Sc} + \frac{\mu_T}{Sc_T} \right)$, Effektive Schmidt-Zahl;
D_{12} ,	Diffusionszahl [ms^{-2}];	Sc_T ,	$= 0,9$, Turbulente Schmidt-Zahl;
g ,	$= 9,807$, Normfallbeschleunigung [ms^{-2}];	St ,	Stanton-Zahl für den Wärmeübergang;
h ,	Statische Enthalpie [Jkg^{-1}];	St_D ,	Stanton-Zahl für den Stoffübergang;
\bar{h} ,	$\equiv h + \frac{u^2}{2}$, Totale Enthalpie [Jkg^{-1}];	St_o ,	Stanton-Zahl für den Wärmeübergang bei kleinen Temperaturdifferenzen;
k ,	Kinetische Energie der Turbulenz [Jkg^{-1}];	$St_{D,o}$,	Stanton-Zahl für den Stoffübergang bei kleinen Konzentrationsdifferenzen;
$k_{\infty,0}$,	Kinetische Energie der Turbulenz der ungestörten Strömung am Plattenanfang [Jkg^{-1}];	\overline{St} ,	Über den Testabschnitt gemittelte Stanton-Zahl für den Wärmeübergang;
L ,	Plattenlänge [m];	\overline{St}_D ,	Über den Testabschnitt gemittelte Stanton-Zahl für den Stoffübergang;
\dot{m}'' ,	Wandnormale Massenstromdichte (Absaugerate) [$kgm^{-2}s^{-1}$];	T ,	Absolute Temperatur [K];
M ,	Molmasse des Gemisches [$kg kmol^{-1}$];	Tu ,	$\equiv \frac{\sqrt{u'^2}}{u_\infty}$, Turbulenzgrad;
M_1 ,	$= 153,83$, Molmasse von CCl_4 [$kg kmol^{-1}$];	u ,	Geschwindigkeitskomponente in x-Richtung [ms^{-1}];
M_2 ,	$= 28,96$, Molmasse von Luft [$kg kmol^{-1}$];	v ,	Geschwindigkeitskomponente in y-Richtung [ms^{-1}];
Pr ,	$\equiv \frac{\mu c_p}{\lambda}$, Prandtl-Zahl;	x ,	Koordinate in Strömungsrichtung [m];
Pr_{eff} ,	$= \mu_{eff} \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_T}{Pr_T} \right)$, Effektive Prandtl-Zahl;	x_0 ,	Beginn des Testabschnitts [m];
Pr_T ,	$= 0,9$, Turbulente Prandtl-Zahl;	x_1 ,	Ende des Testabschnitts [m];
\dot{q}'' ,	Wärmestromdichte [$Jm^{-2}s^{-1}$];	y ,	Koordinate quer zur Strömungsrichtung [m];
\mathcal{R} ,	$= 8314$, Allgemeine Gaskonstante [$Jkmol^{-1}K^{-1}$];	α_T ,	Thermoeffusionskoeffizient;
Re_T ,	$\equiv \frac{\rho k}{\mu \epsilon}$, Turbulenz-Reynolds-Zahl;	ϵ ,	Dissipation der kinetischen Energie der Turbulenz [m^2s^{-3}];
Re_x ,	$\equiv \frac{\rho_\infty u_\infty x}{\mu_\infty}$, Örtliche Reynolds-Zahl;	λ ,	Wärmeleitfähigkeit [$Jm^{-1}s^{-1}K^{-1}$];
		μ ,	Dynamische Zähigkeit [$kgm^{-1}s^{-1}$];
		ξ ,	Massenkonzentration des CCl_4 ;
		ρ ,	Dichte [kgm^{-3}].

Indizes

- Diff. + Th. Diff. Diffusion und Thermodiffusion;
 eff, Effektiv;
 F, Film;
 I, Phasengrenze Flüssigkeit/Gas;
 Leit. + Diff. Th. Leitung und Diffusionsthermik;
 T, Turbulent;
 ∞ , Freistrom;
 1, Tetrachlorkohlenstoff;
 2, Luft;
 ', Schwankungsanteil.

EINLEITUNG

THEORETISCHE Voraussagen des gekoppelten Wärme- und Stoffaustausches in Strömungsproblemen sind in vielen Fällen durch eine numerische Lösung der die physikalischen Vorgänge beschreibenden Erhaltungssätze möglich. Für Strömungen entlang ebener Oberflächen gilt dies nicht nur für laminare Grenzschichten [1], sondern auch für voll turbulente Strömungen, bei denen entweder durch Stolperdrähte der Umschlag erzwungen wurde [2] oder auf Grund hoher Reynoldszahlen der Einfluß einer laminaren Anlaufströmung vernachlässigt werden darf. Für die Auslegung von technischen Aggregaten sind Kriterien von großer Bedeutung, nach denen entschieden werden kann, ob bei vorgegebenen Betriebsbedingungen die Strömung laminar oder voll turbulent ist, oder aber ein Übergangsbereich durchläuft. In Abb. 1 sind zur Verdeutlichung Meßwerte für den reinen Wärmeaustausch an

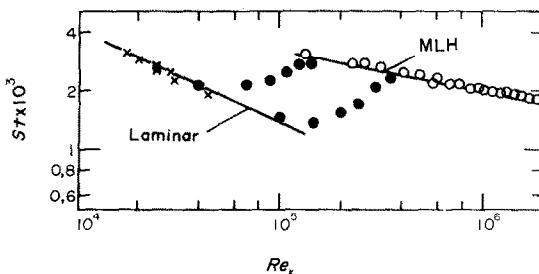


ABB. 1. Wärmeübergang an der ebenen Platte. \times , Messwerte (laminar) nach [3], \circ , Messwerte (turbulent) nach [5], \bullet , Messwerte (Übergang) nach [4]. Laminar: Numerische Lösung der laminaren Grenzschichtgleichungen. MLH: Numerische Lösung der turbulenten Grenzschichtgleichungen mit einem Mischungswegansatz.

der ebenen Platte über den gesamten Bereich zusammengestellt und mit numerischen Voraussagen verglichen, die sich einmal für den laminaren und zum anderen für den voll turbulenten Bereich ergeben. Das Bild veranschaulicht die Wichtigkeit von Kriterien über die Lage des sich über etwa eine Größenordnung der Reynoldszahl erstreckenden Übergangsbereiches und nicht zuletzt auch von theoretischen Ansätzen zur Voraussage des Wärme- und Stoffaustausches im Übergangsbereich selbst.

Zuverlässige Angaben über den Beginn und die Ausdehnung des Umschlaggebietes sind jedoch nur für

wenige einfache Fälle vorhanden, da außer der Strömungsgeometrie, auch der Turbulenzgrad der ungestörten Strömung, die Wandrauigkeit und der Wärme- und Stoffaustausch den Umschlag bestimmen. Die Einflüsse dieser Parameter sind zwar qualitativ bekannt, quantitative Voraussagen sind bis jetzt nur an Problemen ohne Stoffaustausch versucht worden [6, 7].

In der vorliegenden Arbeit werden die Möglichkeiten einer theoretischen Voraussage des Umschlagpunktes und seine Beeinflussung durch Wärme- und Stoffaustauschvorgänge für eine Strömung längs einer ebenen Oberfläche untersucht und die Ergebnisse mit experimentellen Werten von Dallmeyer [8] verglichen.

THEORETISCHE GRUNDLAGEN

Der Impulsaustausch zwischen einer ebenen Oberfläche und einem vorbeiströmenden Gas wird durch die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

und die Impulsgleichung für die Hauptströmungsrichtung beschrieben

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right) \quad (2)$$

Diese für die Mittelwerte der beiden Geschwindigkeitskomponenten u und v geschriebenen Erhaltungssätze lassen sich unter Beachtung der üblichen Grenzschichtvereinfachungen aus den entsprechenden, für die Momentanwerte der Geschwindigkeiten formulierten Erhaltungssätze ableiten, siehe Rotta [9].

Die Gleichungen (1) und (2) unterscheiden sich nur durch den in Gleichung (2) auftretenden Kreuzkorrelationsterm $\overline{u'v'}$ von der für laminare Strömungen gültigen Schreibweise.

Üblicherweise wird in Analogie zum molekularen Schubspannungsterm eine turbulente Schubspannung mit einer turbulenten Zähigkeit definiert

$$\mu_T \frac{\partial u}{\partial y} \equiv -\rho \overline{u'v'} \quad (3)$$

aus der sich nach $\mu_{\text{eff}} \equiv \mu + \mu_T$ eine effektive Zähigkeit ergibt. Bei der Beschreibung dieses Terms, der entscheidend die Entwicklung der Turbulenz in der Grenzschicht bestimmt, unterscheiden sich die bekannt gewordenen Turbulenzmodelle.

Zur Berechnung von voll turbulenten Grenzschichten, bei denen eine Relaminarisierung ausgeschlossen werden kann, haben sich Ansätze, die auf die Prandtl'sche Mischungswegtheorie zurückgehen, bewährt. Die in Bild 1 wiedergegebene rechnerische Voraussage der Stantonzahlen für den Wärmeübergang im turbulenten Bereich wurde nach einem Mischungswegansatz, einem Vorschlag von Cebeci [10], errechnet.

Eine Anfängung der Turbulenz aus einer zunächst laminaren Grenzschicht bis zu einem Umschlag in die turbulente Strömungsform kann, ohne eine zusätzliche Eingabe von weiteren empirischen Informationen, über den Beginn des Umschlages, von diesen Turbulenzansätzen jedoch nicht vorausgesagt werden.

Erfolgsversprechender sind hier höhere Turbulenzmodelle, die die turbulente Zähigkeit durch örtliche die Turbulenz charakterisierende Größen beschreiben, die sich aus den instationären Navier-Stokes-Gleichungen ableiten lassen. Das Turbulenzmodell in der vorliegenden Arbeit geht auf einen Vorschlag von Jones und Launder [11] zurück, bei dem die turbulente Zähigkeit nach

$$\mu_T = c_\mu f_\mu \rho k^2 / \epsilon \tag{4}$$

aus der Lösung von zwei zusätzlichen Erhaltungssätzen, einen für kinetische Energie der Turbulenz k ,

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right\} + \mu_T \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \rho \epsilon - 2\mu \left(\frac{\partial \sqrt{k}}{\partial y} \right)^2 \tag{5}$$

und einen für die Dissipation dieser Turbulenzenergie ϵ

$$\rho u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right\} + 2 \frac{\mu}{\rho} \mu_T \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + c_1 f_1 \frac{\epsilon}{k} \mu_T \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - c_2 f_2 \frac{\rho \epsilon^2}{k} \tag{6}$$

errechnet wird.

Tabelle

c_1	c_2	c_μ	σ_k	σ_ϵ	f_1	f_2	f_μ
1,55	2,0	0,09	1,0	1,3	1,0	1-0,3	$\frac{\exp[-3/Re_T]}{\exp(-Re_T^2) (1+Re_T/50)^2}$

Die in den Gleichungen (4)–(6) auftretenden Konstanten und die von der Reynoldszahl der Turbulenz, $Re_T \equiv \rho k^2 / \mu \epsilon$, abhängige Funktionen sind in der Tabelle wiedergegeben. Die Ableitung dieses sogenannten k, ϵ -Modells aus den Navier-Stokes-Gleichungen und die notwendigen Schließbedingungen sind in [12] ausführlich beschrieben und sollen deshalb hier nicht wiederholt werden.

Das k, ϵ -Modell hat sich zur Voraussage der Relaminarisierung von turbulenten Düsenströmungen [11] und bei Problemen des gekoppelten Wärme- und Stoffaustauschs in vollturbulenten Grenzschichten [2, 13] bewährt.

Durch die in den Gleichungen (5) und (6) auftretenden Produktions- und Dissipationsterme müßte dieses Turbulenzmodell auch in der Lage sein, das Anfachen der Turbulenz in der Grenzschicht und damit den Umschlag laminar/turbulent zu beschreiben. Dabei sind die hier interessierenden Einflußparameter auf den Umschlagpunkt, wie der Stoffaustausch oder der Turbulenzgrad der freien Strömung, als Randbedingungen in den Erhaltungssätzen enthalten.

Um die Leistungsfähigkeit dieser Ansätze zu demonstrieren, werden Rechnungen für ein Problem der partiellen Kondensation durchgeführt, für das ausführliche Meßreihen von Dallmeyer [8] im Umschlaggebiet vorliegen und zudem für diese Meßreihen genügend Informationen über die den Versuchen zugrundeliegenden Randbedingungen bekannt gegeben werden.

Zur Berechnung dieses Problems der Kondensation eines strömenden Dampfes aus einem Gemisch mit einem nichtkondensierenden Gas an einer gekühlten senkrechten Wand muß nicht nur der Impulssatz um einen Auftriebsterm erweitert werden, sondern es müssen zusätzlich die Erhaltungssätze für die Energie und für die Konzentration der kondensierenden Komponente gelöst werden.

Man erhält schließlich ein Differentialgleichungssystem für das Dampf/Gas-Gemisch der Grenzschicht, bestehend aus dem Kontinuitätssatz, Gleichung (1),

$$\text{dem Impulssatz } \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \tau}{\partial y} + g(\rho - \rho_\infty), \tag{7}$$

$$\text{dem Energiesatz } \rho u \frac{\partial \bar{h}}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} = - \frac{\partial(\epsilon'' - u\tau)}{\partial y}, \tag{8}$$

$$\text{dem Stoffhaltungssatz } \rho u \frac{\partial \xi}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \xi}{\partial y} = - \frac{\partial j''}{\partial y}, \tag{9}$$

mit den Ansätzen für den diffusiven Austausch von Impuls, Energie und Materie

$$\tau = \mu_{\text{eff}} \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$\epsilon'' - u\tau = - \frac{\mu_{\text{eff}}}{Pr_{\text{eff}}} \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} - \mu_{\text{eff}} \left(1 - \frac{1}{Pr_{\text{eff}}} \right) \frac{\partial u^2 / 2}{\partial y}$$

$$- \frac{\mu_{\text{eff}}}{Sc_{\text{eff}}} \left(1 - \frac{Sc_{\text{eff}}}{Pr_{\text{eff}}} \right) (h_1 - h_2) \frac{\partial \xi}{\partial y}$$

$$- \alpha_T \mathcal{R} T \frac{M}{M_1 M_2} j'' + \frac{\mu}{Sc} \alpha_T \xi (1 - \xi) (h_1 - h_2)$$

$$\times \frac{\partial(\ln T)}{\partial y},$$

$$j'' = - \frac{\mu_{\text{eff}}}{Sc_{\text{eff}}} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\mu}{Sc} \alpha_T \xi (1 - \xi) \frac{\partial(\ln T)}{\partial y}.$$

Dazu kommen noch die beiden Erhaltungssätze des k, ϵ -Modells, Gleichungen (5) und (6). Das Gleichungssystem für die Dampf/Gas-Grenzschicht muß durch ein Gleichungssystem für den nach unten abfließenden Kondensatfilm ergänzt werden

$$\mu_F \frac{\partial^2 u_F}{\partial y^2} + g(\rho_F - \rho_\infty) = 0 \tag{10}$$

und

$$\lambda_F \frac{\partial^2 T_F}{\partial y^2} = 0. \tag{11}$$

Diese beiden gekoppelten Differentialgleichungssysteme können nun zusammen mit den vom Versuch vorgeschriebenen Randbedingungen (dem Systemdruck, der Geschwindigkeit, der Temperatur, der Zusammensetzung und dem Turbulenzgrad der ungestörten Strömung und der Wandtemperatur) gelöst werden.

Einzelheiten des auf einen Vorschlag von Patankar, Spalding [14] zurückgehenden Differenzenverfahrens zur Lösung der Dampf/Gas-Grenzschicht, das Verfahren zur Lösung des Kondensatfilms und die notwendigen Beziehungen zur Ermittlung der Stoffeigenschaften des untersuchten Systems Tetrachlorkohlenstoff/Luft sind in [13] wiedergegeben. Dort wurde

die Brauchbarkeit des Verfahrens zur Voraussage der Verteilung der Geschwindigkeit, der Temperatur und der Konzentration der kondensierenden Komponente und des Wärme- und Stoffaustausches in laminaren und in voll turbulenten Dampf/Gas-Grenzschichten durch einen Vergleich mit Meßwerten gezeigt. Während bei den dort zum Vergleich herangezogenen "voll turbulenten" Meßreihen der Umschlag durch einen Stolperdraht an der Plattenvorderkante erzwungen wurde, trat bei den in der vorliegenden Untersuchung zugrundegelegten Versuchen ein natürlicher Umschlag, abhängig vom Wärme- und Stoffaustausch und vom Turbulenzgrad der Strömung, bei verschiedenen Abständen von der Plattenvorderkante auf.

ERGEBNISSE

In den Abb. 2-5 sind oben die Stantonzahlen für den Wärmeübergang und unten für den Stoffübergang über der Reynoldszahl aufgetragen. Die Bilder unterscheiden sich durch die Größe des wandnormalen

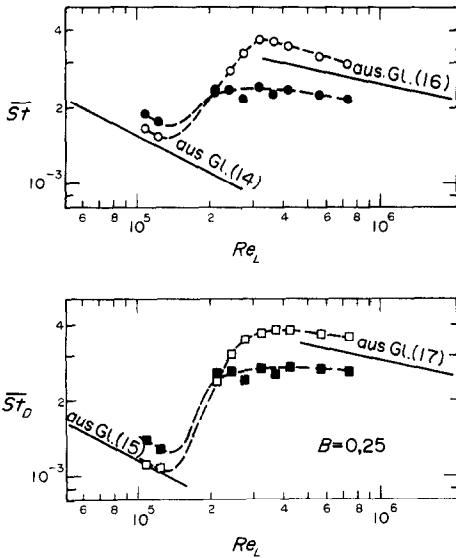


ABB. 2. Wärme- und Stoffübergang im Umschlaggebiet. Massenstromparameter $B = 0,25$. \circ und \square , Messwerte nach Dallmeyer [8]; \bullet und \blacksquare , Numerische Ergebnisse für die Randbedingungen der Messwerte.

Stoffstroms (Kondensationsrate), hier dargestellt durch $B \equiv \dot{m}'' / \rho_\infty u_\infty St_D$. Bei den Kennzahlen handelt es sich um Werte, die nach der Definition

$$\overline{St} = \frac{1}{x_1 - x_0} \frac{\int_{x_0}^{x_1} \dot{q}''_{\text{leit. + Diff. Th.}} dx}{\rho_\infty u_\infty c_{p\infty} (T_\infty - T_f)} \quad (12)$$

und

$$\overline{St}_D = \frac{1}{x_1 - x_0} \frac{\int_{x_0}^{x_1} \dot{m}''_{\text{Diff. + Th. Diff.}} dx}{\rho_\infty u_\infty} \frac{1 - \xi_f}{\xi_\infty - \xi_f} \quad (13)$$

errechnet wurden.

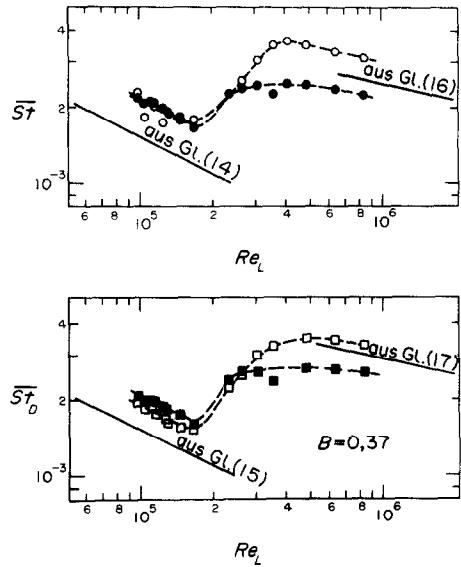


ABB. 3. Wärme- und Stoffübergang im Umschlaggebiet. Massenstromparameter $B = 0,37$. \circ und \square , Messwerte nach Dallmeyer [8]; \bullet und \blacksquare , Numerische Ergebnisse für die Randbedingungen der Messwerte.

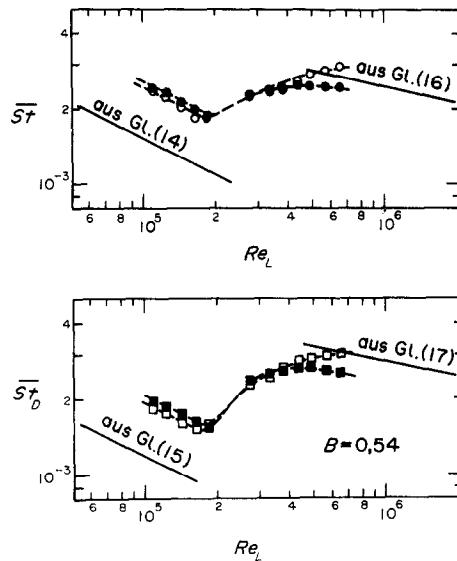


ABB. 4. Wärme- und Stoffübergang im Umschlaggebiet. Massenstromparameter $B = 0,54$. \circ und \square , Messwerte nach Dallmeyer [8]; \bullet und \blacksquare , Numerische Ergebnisse für die Randbedingungen der Messwerte.

Die Mittelwertbildung mußte auf diese Weise durchgeführt werden, da bei der Dallmeyer'schen Versuchsanordnung bei einer Gesamtlänge der Kondensatoroberfläche von 300 mm nur die letzten 100 mm für eine Energie- und Massenbilanz zur Ermittlung der Wärme- und Stoffübergangszahlen zur Verfügung standen. Eine rechnerische Abschätzung ergab, daß sich die über dem Meßabschnitt gemittelten Kennzahlen um etwa 10% von den örtlichen Werten unterscheiden.

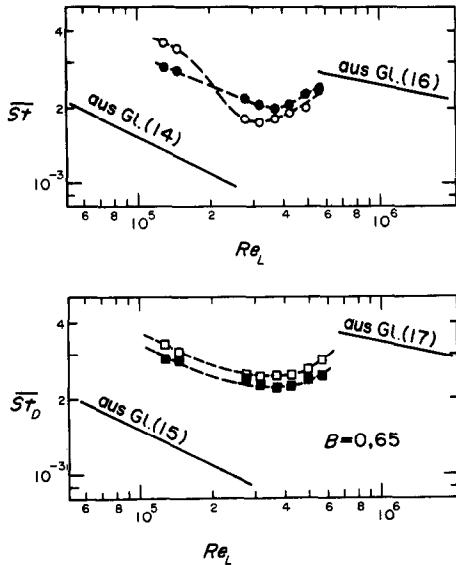


Abb. 5. Wärme- und Stoffübergang im Umschlaggebiet. Massenstromparameter $B = 0,65$. \circ und \square , Messwerte nach Dallmeyer [8]; \bullet und \blacksquare , Numerische Ergebnisse für die Randbedingungen der Messwerte.

Die Anteile der thermodynamischen Kopplung über die Diffusionstermik und die Thermodiffusion, die je nach Versuchsbedingungen theoretisch bis zu 20% an den Übergangsraten ausmachen [13], konnten meßtechnisch nicht getrennt erfaßt werden und wurden deshalb in den Definitionsgleichungen der Kennzahlen belassen. Der allen Rechnungen zugrundegelegte Wert der kinetischen Energie der Turbulenz der ungestörten Strömung am Plattenanfang von $k_{\infty,0} = 37,5 \cdot 10^{-4} u_{\infty}^2$ entspricht dem von Dallmeyer angegebenen Wert eines Turbulenzgrades der Windkanalströmung von etwa 5%.

Jeder Satz von Versuchsbedingungen ergibt jeweils nur einen experimentellen Wert für die Wärme- und Stoffübergangskennzahl und die dazugehörigen theoretischen Voraussagen. Die Meß- und Rechenwerte für eine Versuchsserie mit etwa gleichem wandnormalen Massenstromparameter B wurden der Übersichtlichkeit wegen zu Kurvenzügen zusammengefaßt.

Als Vergleich sind in den Diagrammen bekannte Kennzahl-Beziehungen für den reinen Wärmeübergang und für den Stoffübergang mit kleinen Konzentrationsdifferenzen mit eingetragen, und zwar Beziehungen, die sich durch Mittelung über die Meßabschnittslänge für den laminaren Bereich aus der Pohlhausen-Gleichung

$$St_0 = 0,332 Pr^{-2/3} Re_x^{-1/2} \tag{14}$$

und

$$St_{D_0} = 0,332 Sc^{-2/3} Re_x^{-1/2} \tag{15}$$

und für den voll turbulenten Bereich aus dem bekannten empirischen Ansatz

$$St_0 = 0,0296 Pr^{-2/3} Re_x^{-1/5} \tag{16}$$

$$St_{D_0} = 0,0296 Sc^{-2/3} Re_x^{-1/5} \tag{17}$$

ableiten lassen.

In allen Bildern ist sowohl bei den Meßwerten als auch bei den rechnerischen Voraussagen deutlich ein

laminarer Bereich und ein Übergangsbereich zu erkennen, während der voll turbulente Bereich bei den höchsten untersuchten Massenstromparametern nicht erreicht wird.

Der Vergleich zwischen den gemessenen und den gerechneten Werten mit Abweichungen von maximal 30% zeigt die Brauchbarkeit des k, ϵ -Modells zur Voraussage des gekoppelten Wärme- und Stoffübergangs in Grenzschichten auch im Übergangsbereich laminar/turbulent. Genauere rechnerische Untersuchungen ergaben, daß die der Grenzschicht vom Turbulenzgrad der ungestörten Strömung aufgeprägte kinetische Energie der Turbulenz bei niederen Reynoldszahlen in der Grenzschicht zunächst ausgedämpft, dann aber, abhängig vom Massenstromparameter B , allmählich in den wandnahen Schichten angefacht wird, bis sie bei hohen Reynoldszahlen den für turbulente Grenzschichten typischen Verlauf mit einem ausgeprägten Maximum in Wandnähe aufweist.

Im laminaren Bereich stimmen die rechnerischen und die experimentellen Werte recht gut mit den aus den Gleichungen (14) und (15) abgeleiteten Kennzahl-Beziehungen überein, solange der Massenstromparameter klein ist. Mit zunehmendem Massenstrom bleibt, in Übereinstimmung mit der laminaren Grenzschichttheorie, die Steigung in der doppellogarithmischen Darstellung erhalten, der Absolutwert der Wärme- und Stoffübergangskennzahlen wird aber durch die Absaugwirkung des Kondensationsvorgangs auf die Grenzschicht mehr als verdoppelt.

Im vollturbulenten Bereich ist eine solche Zunahme der Kennzahlen mit steigendem wandnormalen Massenstrom gegenüber den Voraussagen der Gleichungen (16) und (17) weder bei den Messungen noch bei den Rechnungen festzustellen. Dies steht im Widerspruch zu der bekannten für turbulente Strömungen zur Erfassung des wandnormalen Stoffstroms häufig benutzten Beziehung aus der Filmtheorie $St/St_0 = -1/B \cdot \ln(1 - B)$, siehe z.B. [15], die bei $B \approx 0,8$ eine Zunahme auf den doppelten Wert voraussagen würde.

Der Beginn des Umschlaggebietes ist in allen Bildern stark ausgeprägt. Definiert man eine kritische Reynoldszahl als die Reynoldszahl, bei der die Kennzahlen fünf Prozent vom linearen Verlauf des laminaren Bereiches abweichen, so läßt sich durch Auswertung der Abb. 2 bis 5 eine Abhängigkeit dieser kritischen Reynoldszahl vom Massenstromparameter ermitteln.

Das Ergebnis dieser Auswertung ist im Abb. 6 wiedergegeben, in dem über dem Massenstromparameter kritische Reynoldszahlen aus den gemessenen und gerechneten Verläufen der Wärme- und Stoffübergangskennzahlen aufgetragen sind. Die relativ geringe und nicht systematische Streuung der Werte legt eine Mittelung durch eine Gerade nahe. Extrapoliert man bis zu verschwindend kleinen Massenstromparametern, so findet man einen Wert, der recht gut mit einer Angabe von Edwards und Furber [16] übereinstimmt, die aus Messungen an einem Strömungsproblem ohne Wärme- und Stoffaustausch bei einem Turbulenzgrad von 5% ermittelt wurde.

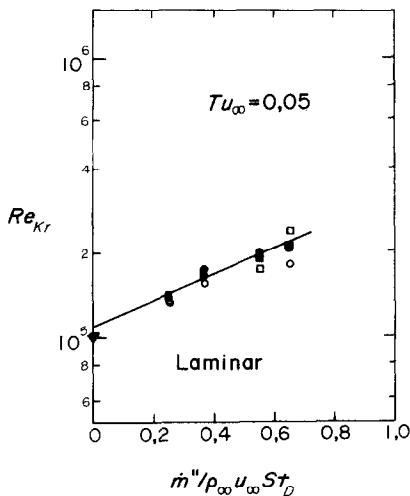


ABB. 6. Kritische Reynolds-Zahl im Abhängigkeit vom Massenstromparameter für einen Turbulenzgrad von 5%. ○ und □, nach den Wärme- bzw. Stoffübergangsmessungen von Dallmeyer [8]; ● und ■, nach den numerischen Ergebnissen für den Wärme- bzw. Stoffübergang; ▼, nach Messungen von Edwards und Furber [16].

Monin und Yaglom [17] wiesen nach, daß ab einem Turbulenzgrad von etwa 2,5% keine wesentliche Abnahme der kritischen Reynoldszahl mehr zu erwarten ist, so daß die gefundenen kritischen Reynoldszahlen als untere Grenzwerte betrachtet werden können.

Die Ergebnisse des Abb. 6 widerlegen ein aus der Stabilitätstheorie abgeleitetes Kriterium, das häufig zur Rechtfertigung von Rechnungen von Kondensationsproblemen nach der laminaren Grenzschichttheorie herangezogen wird [18]. Nach diesem Kriterium dürfte bei Massenstromparametern $B > 0,1$ kein Umschlag auftreten.

LITERATUR

1. U. Renz und H. Vollmert, Der Wärme- und Stoffaustausch bei der Verdampfung eines Brennstoff-Films in einen heißen Gasstrom, *Forsch. Geb. IngWes.* **40**, 96–101 (1974).
2. W. P. Jones und U. Renz, Condensation from a turbulent stream onto a vertical plate, *Int. J. Heat Mass Transfer* **17**(9), 1019–1028 (1974).
3. U. Renz, Die Verdunstung an feuchten Oberflächen nach einer Darstellung im Mollier-Enthalpie, Zusammensetzungs-Diagramm und nach neuen Berechnungen, *Kältetechnik-Klimatisierung* **24**, 29–44 (1972).
4. J. Kestin, P. F. Maeder und H. E. Wang, Influence of turbulence on the transfer of heat from plates with and without a pressure gradient, *Int. J. Heat Mass Transfer* **3**, 133–154 (1961).
5. R. J. Moffat und W. M. Kays, The turbulent boundary layer on a porous plate: experimental heat transfer with uniform blowing and suction, *Int. J. Heat Mass Transfer* **11**, 1547–1566 (1968).
6. I. E. Beckwith und D. M. Bushnell, Detailed description and results of a method for computing mean fluctuating quantities in turbulent layers, NASA TN D-4815 (1968).
7. H. McDonald und R. W. Fish, Practical calculations of transitional boundary layers, *Int. J. Heat Mass Transfer* **16**, 1729–1744 (1973).
8. H. Dallmeyer, Über die gleichzeitige Wärme- und Stoffübertragung eines Dampfes aus einem Gemisch mit einem nichtkondensierenden Gas in laminarer und turbulenter Strömungsgrenzschicht, Dissertation TH Aachen (1968).
9. J. Rotta, *Turbulente Strömungen*. B. G. Teubner, Stuttgart (1972).
10. T. Cebeci, Behaviour of turbulent flow near a porous wall with pressure gradient, *AIAA J* **8**, 2152–2156 (1970).
11. W. P. Jones und B. E. Launder, The prediction of laminarisation with a two-equation model of turbulence, *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 301–314 (1972).
12. W. P. Jones, Laminarisation in strongly accelerated boundary layers, Ph.D.-Thesis, University of London (1971).
13. U. Renz, Die partielle Filmkondensation aus laminaren und turbulenten Grenzschichtströmungen, *Letters Heat Mass Transfer* In Press.
14. S. V. Patankar und D. B. Spalding, *Heat and Mass Transfer in Boundary Layers*. Morgan-Grampian, London (1967).
15. D. B. Spalding, *Convective Mass Transfer*. Edward Arnold, London (1963).
16. A. Edwards und B. N. Furber, *Proc. Instn Mech. Engrs* **170**, 941 (1956).
17. A. S. Monin und A. M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics*, Vol. 1. MIT Press, Cambridge-Massachusetts-London (1971).
18. I. G. Shekrladze und V. I. Gomelauri, Theoretical study of laminar film condensation of flowing vapour, *Int. J. Heat Mass Transfer* **9**, 581–591 (1966).

HEAT AND MASS TRANSFER IN THE LAMINAR/TURBULENT TRANSITION REGION. COMPARISON OF CALCULATIONS AND EXPERIMENTS

Abstract—The transition laminar/turbulent of a forced convection boundary layer flow down a vertical plate is explored numerically. A turbulence model is used in which the turbulent viscosity is determined from solution of two transport equations. The theoretically predicted heat and mass transfer rates in the transition region are in accord with experiments.

LE TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE DANS LA ZONE DE TRANSITION LAMINAIRE-TURBULENT. COMPARAISON ENTRE CALCUL ET EXPERIENCE

Résumé—La transition laminaire-turbulent dans une couche limite en convection forcée dans un mouvement descendant le long d'une plaque verticale est étudiée par voie numérique. Un modèle de turbulence est utilisé dans lequel la viscosité turbulente est déterminée par la résolution de deux équations de transport. Les taux de transfert de chaleur et de masse prévus théoriquement dans la région de transition sont en accord avec les expériences.

ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОС В ОБЛАСТИ ПЕРЕХОДА ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ К ТУРБУЛЕНТНОМУ СРАВНЕНИЕ РАСЧЕТОВ И ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Аннотация — Численно исследуется переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный на вертикальной пластине при вынужденной конвекции под действием силы тяжести. Используется модель турбулентности, в которой турбулентная вязкость определяется из решения двух уравнений переноса. Теоретически рассчитанные значения коэффициентов турбулентного переноса тепла и массы в области перехода согласуются с результатами эксперимента.